

## Zad 10

z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego:  $ma = mg - N$   
Moment sił względem punktu A:  $M = N \cdot R$

z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego:  $\epsilon = \frac{NR}{I} = \frac{mg - ma}{I} \cdot R$

Podstawimy związek między przyspieszeniem liniowym i kątowym:  
 $\epsilon = \frac{a}{R}$

$$\frac{a}{R} = \frac{mg - ma}{I} \cdot R \quad ; \quad aI = R^2 mg - R^2 ma \quad ; \quad a = \frac{mR^2 g}{1 + mR^2}$$

## Zad 12

a) Moment bezwładności młotki:  $I_m = m \left(\frac{L}{2}\right)^2$

Moment bezwładności pręta:  $I_p = \frac{L^2}{12} M$

Moment bezwładności pręta z młotką:  $I_o = I_p + I_m = \frac{L^2}{12} M + m \left(\frac{L}{2}\right)^2$

$$I_o = \frac{L^2}{12} (M + 3m)$$

b) Częstotliwość wibracji na początku:  $f_o = \frac{m}{T}$

Z zasady zachowania momentu pędu:  $L = I\omega = \text{const}$  czyli  $I_o \omega_o = I_k \omega_k$   
Prędkości kątowe:  $\omega = 2\pi f$  czyli  $I_o 2\pi f_o = I_k 2\pi f_k \Rightarrow f_k = \frac{I_o}{I_k} f_o$

Moment bezwładności  $I_o$  wyznaczaliśmy w punkcie a)

Moment bezwładności pręta z młotką, na środku jest równy momentowi bezwładności pręta  $f_k = \frac{\frac{L^2}{12} (M + 3m)}{\frac{L^2}{12} M} f_o = f_o \left(1 + \frac{3m}{M}\right)$

c) Masa tyżniarza podczas wykonywania piruetu pozostaje bez zmiany, ale zmienia się rozkład masy w przestrzeni, co wpływa na ruch obrotowy. Moment bezwładności zwiększa się podczas wyciągnięcia rąk. Zgodnie z zasadą zachowania momentu pędu zmienia się częstość obrotów ( $I\omega = \text{const}$ ). Zmienia się też okres obrotów  $T = \frac{2\pi}{f}$ . Gdy tyżniarz wyciąga ręce zwiększa się moment bezwładności i okres obrotu. Gdy tyżniarz przyciąga ręce, moment bezwładności i okres obrotu maleje.